

Oscillateurs libres

Exercice n°1 (★)

Un système linéaire est décrit par son équation différentielle :

$$2 \times \frac{d^2 s}{dt^2} + \frac{ds}{dt} + 5 \times s(t) = e(t)$$

Calculer ses paramètres caractéristiques (pulsation propre, coefficient d'amortissement...). Quel est son facteur de qualité ?

Exercice n°2 (★★)

Soit un générateur de tension de force électromotrice E et de résistance interne r . Il est placé aux bornes d'une bobine réelle comportant une inductance L et une résistance R associée en série. On suppose qu'à l'instant initial, l'ensemble fonctionne en régime permanent. On branche alors en parallèle de la bobine un condensateur de capacité C . L'objet de ce problème est l'étude de l'intensité $i(t)$ du courant dans la bobine.

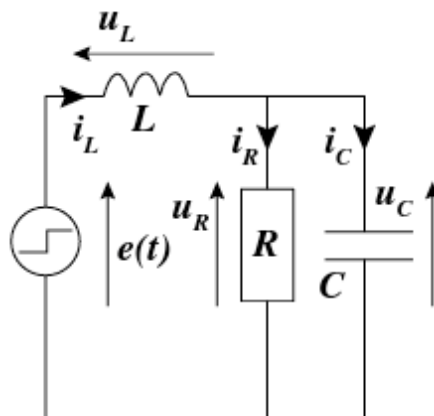
1. Déterminer la valeur de $i(t)$ pour $t = 0^+$ juste après avoir branché le condensateur.
2. Même question pour $\frac{di}{dt}$.
3. Établir l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$.
4. On donne : $L = 43 \text{ mH}$; $R = 9,1 \Omega$; $r = 50 \Omega$ et $E = 5 \text{ V}$. Quelle valeur doit-on prendre pour C pour observer un régime quasi-périodique ?
5. Déterminer l'expression littérale de $i(t)$ si $C = 10 \mu\text{F}$.

Exercice n°3 (★★)

On considère le circuit ci-contre alimenté par un générateur d'échelon de tension :

$$e(t) \begin{cases} 0 & \text{pour } t < 0 \\ E & \text{pour } t > 0 \end{cases}$$

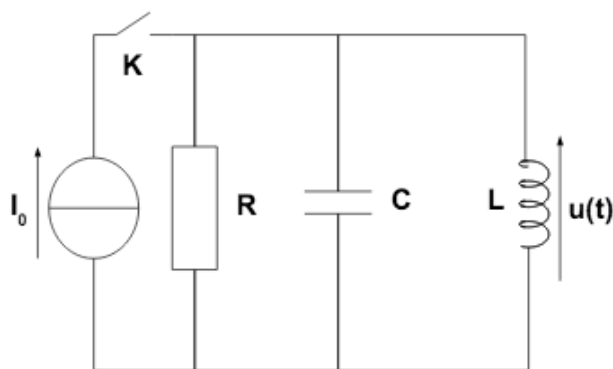
Jusqu'à $t = 0$, toutes les grandeurs électriques sont nulles.



1. Donner en les justifiant les valeurs des six grandeurs électriques ($i_R, i_L, i_C, u_L, u_R, u_C$) à la date $t = 0^+$. Quelles grandeurs présentent des discontinuités ?
2. Donner en les justifiant les valeurs des six grandeurs électriques ($i_R, i_L, i_C, u_L, u_R, u_C$) pour $t \rightarrow +\infty$.
3. Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension u_C aux bornes du condensateur. La mettre sous une forme canonique et exprimer les différents paramètres. On fixe L et C . À quelle condition sur R a-t-on un régime pseudo-périodique ? Critique ? Apériodique ? Comparer au circuit (R, L, C) série et interpréter le résultat.

Exercice n°4 (★ ★)

On s'intéresse au régime libre du circuit suivant. Initialement, l'interrupteur K est fermé. À $t = 0$, on ouvre l'interrupteur.



Les composants du circuit sont tels que :

$$R = 100 \, \Omega ; L = 1 \, H ; C = 1 \, \mu F$$

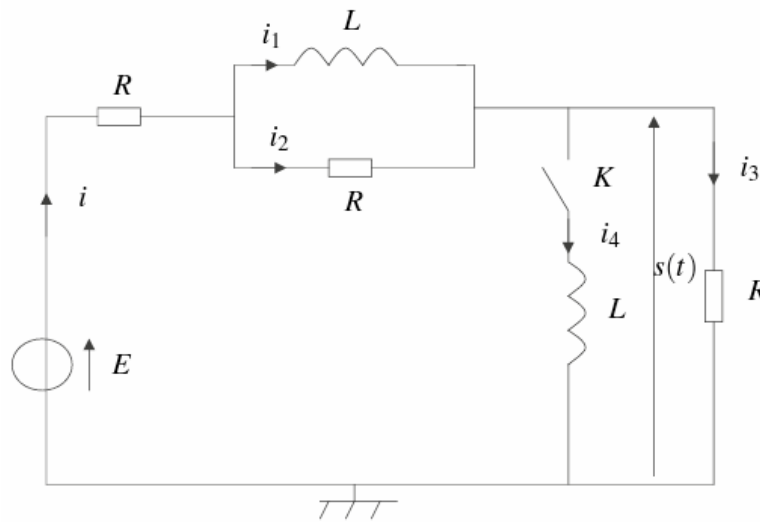
1. Déterminer les valeurs de toutes les tensions et tous les courants à $t = 0^-$.
2. Déterminer l'équation d'évolution du circuit (sur $u(t)$) pour $t > 0$. On posera :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ et } Q = RC\omega_0$$

3. Pour quelle valeur limite de Q n'y a-t-il plus dissipation de l'énergie du circuit ? Interpréter ce résultat physiquement. Comparer au cas du circuit (R, L, C) série.
4. Calculer Q et en déduire la forme de la solution pour $u(t)$.
5. Déterminer complètement et tracer la tension $u(t)$.

Exercice n°5 (★★★)

On s'intéresse au circuit ci-dessous pour lequel l'interrupteur est ouvert depuis très longtemps et fermé à l'instant $t = 0$.



1. Déterminer les valeurs des intensités (i, i_1, i_2, i_3, i_4) à l'instant $t = 0^+$.
2. Déterminer les valeurs de la tension $s(t)$ et des intensités (i, i_1, i_2, i_3, i_4) lorsque $t \rightarrow +\infty$.
3. Déterminer les relations entre $s(t)$ et $i_3(t)$ puis entre $s(t)$ et $i_4(t)$.
4. Établir la relation entre $R, L, s, \frac{ds}{dt}$ et $\frac{di}{dt}$.
5. Même question pour $R, L, i_2, \frac{di_2}{dt}$ et $\frac{di}{dt}$.
6. Déterminer la relation entre $R, L, s, i_2, \frac{dE}{dt}$ et $\frac{ds}{dt}$.
7. Établir la relation entre $R, L, s, \frac{dE}{dt}, \frac{d^2E}{dt^2}, \frac{ds}{dt}$ et $\frac{d^2s}{dt^2}$.
8. En déduire l'équation différentielle vérifiée par $s(t)$ sachant que le générateur de tension est idéal de tension à vide E .
9. En déduire l'expression de $s(t)$ en ne cherchant pas à déterminer les constantes d'intégration.
10. Donner une relation entre les constantes d'intégration.